

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 07.06.2022

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

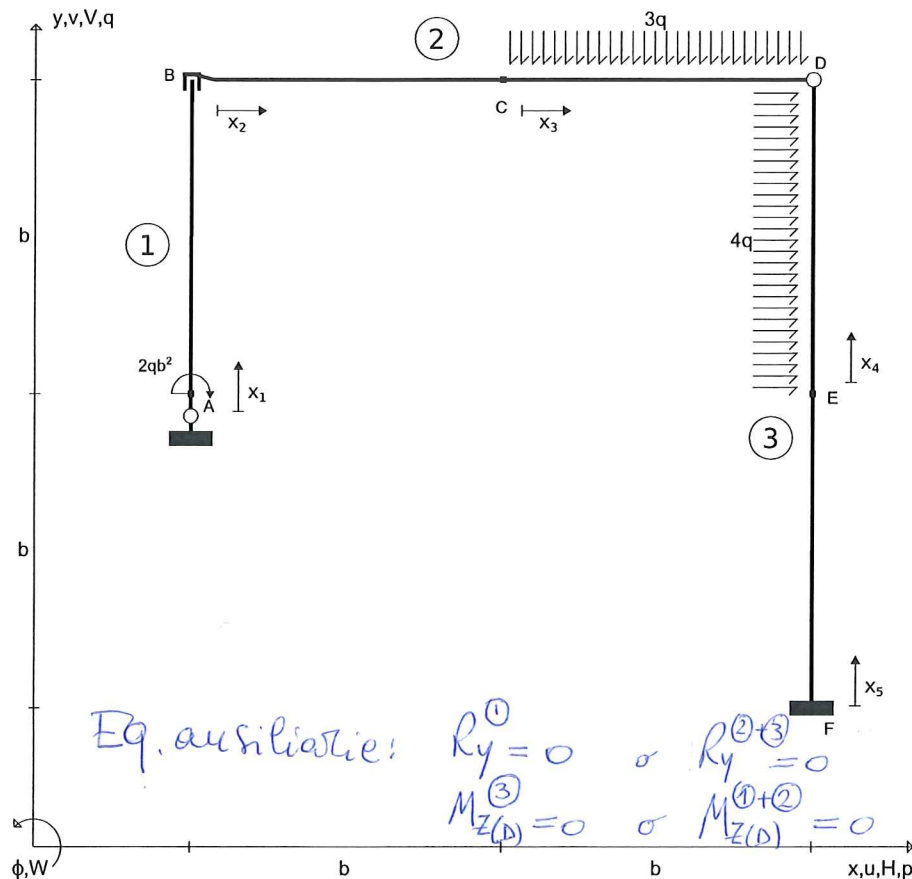
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 07.06.22*001



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 1, $v_C^{(1)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto E , u_E .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

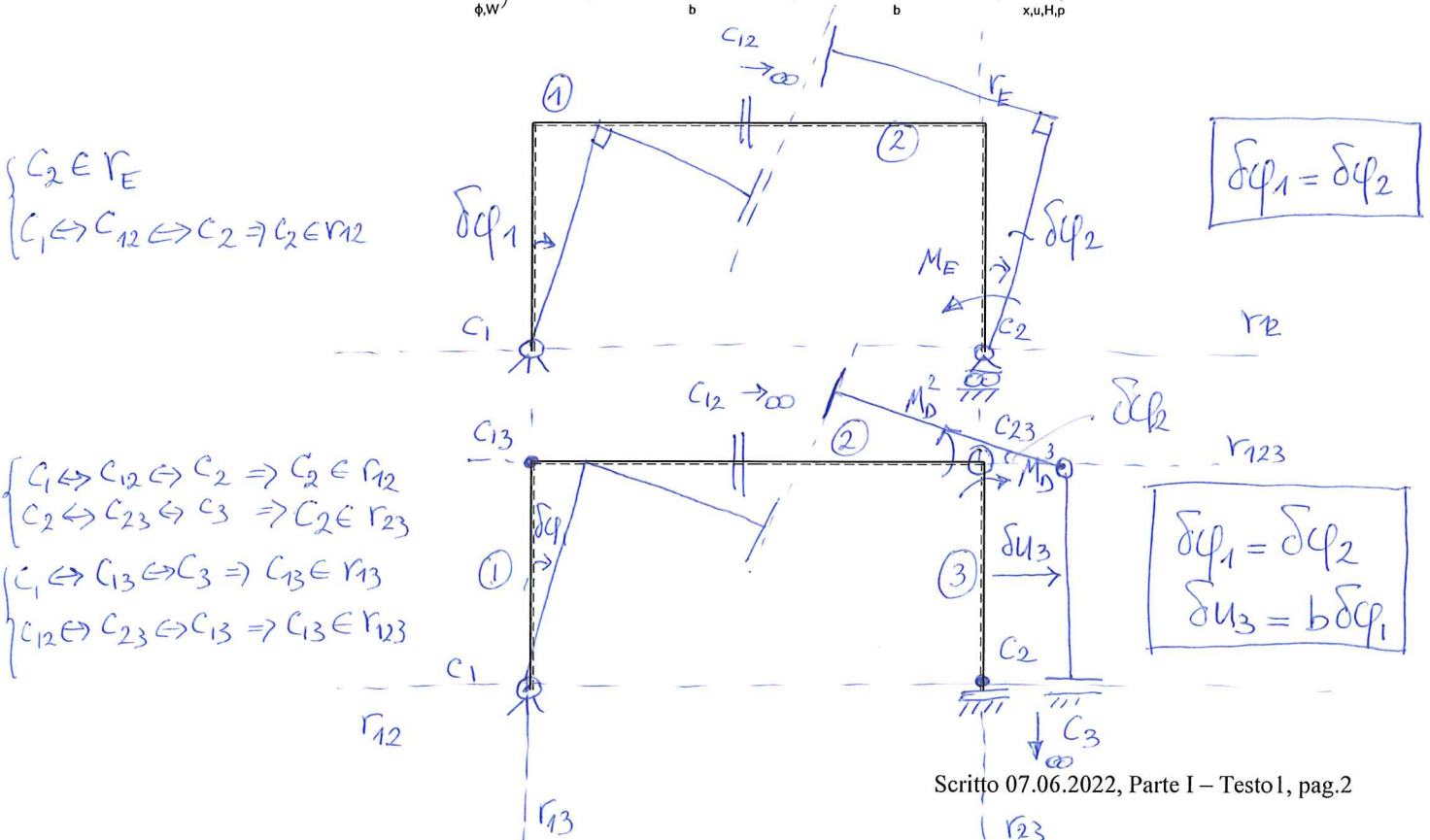
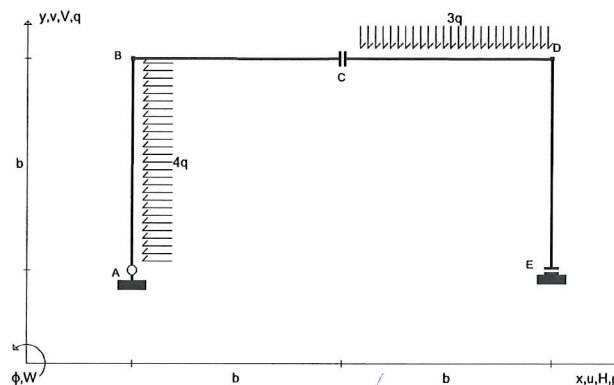
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 2, $v_C^{(2)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 07.06.22*003



$$M_E(\hat{\varphi}) = -\frac{7}{2}qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

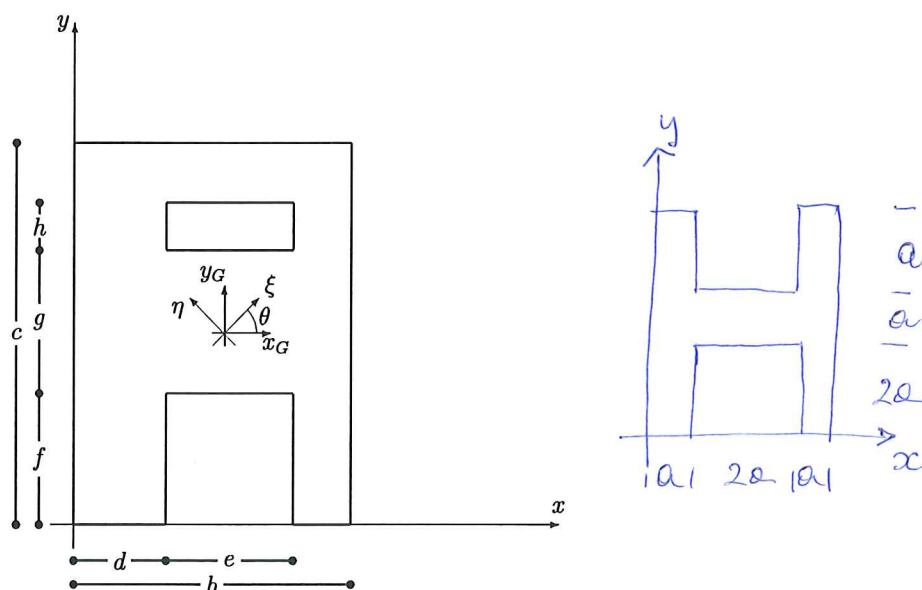
$$v_C^{(1)} = -b\delta\varphi_1; u_E = 0;$$

$$M_D(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = -\frac{7}{2}qb^2; v_C^{(2)} = b\delta\varphi_2; u_B = b\delta\varphi_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 4a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



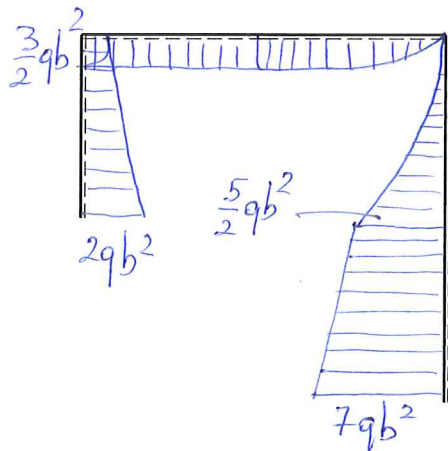
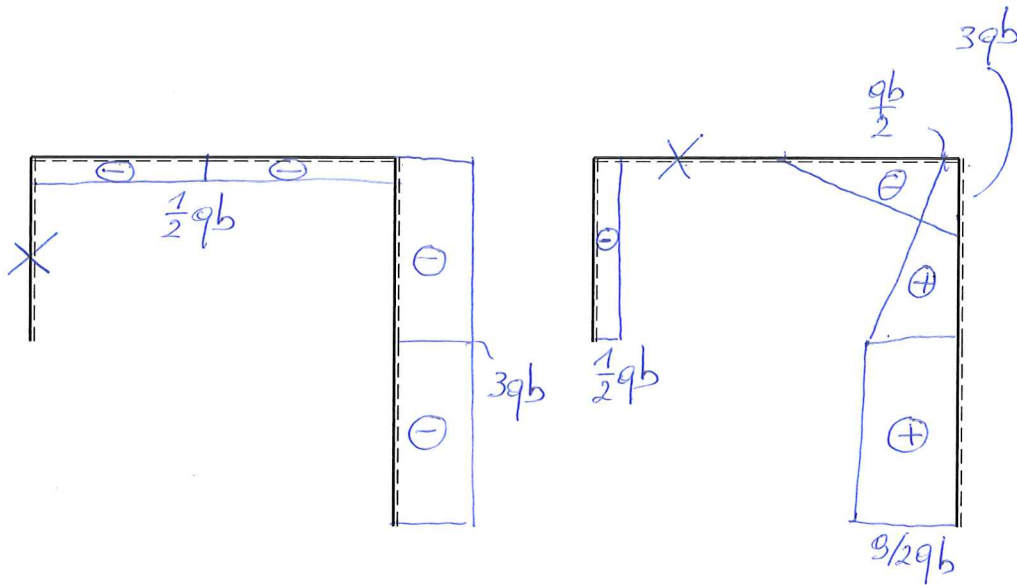
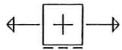
$$S_x = 21a^3; S_y = 20a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = \frac{21}{10}a = 2.10000a;$$

$$J_{xG} = \frac{337}{30}a^4 = 11.23333a^4; J_{yG} = \frac{58}{3}a^4 = 19.33333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 90^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{58}{3}a^4 = 19.33333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{337}{30}a^4 = 11.23333a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \frac{1}{2} qb; & V_A (\uparrow) &= 0; & H_F (\Rightarrow) &= -\frac{9}{2} qb; & V_F (\uparrow) &= 3qb; & M_F (\curvearrowright) &= 7qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= -\frac{1}{2} qb; & M_{AB} &= 2qb^2 - \frac{1}{2} qb x_1; \\
 N_{BC} &= -\frac{1}{2} qb; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= \frac{3}{2} qb^2; \\
 N_{CD} &= -\frac{1}{2} qb; & T_{CD} &= -3qx_3; & M_{CD} &= \frac{3}{2} qb^2 - \frac{3}{2} qx_3^2; \\
 N_{ED} &= -3qb; & T_{ED} &= \frac{9}{2} qb - 4qx_4; & M_{ED} &= -\frac{5}{2} qb^2 + \frac{9}{2} qx_4 - 2qx_4^2; \\
 N_{FE} &= -3qb; & T_{FE} &= \frac{9}{2} qb; & M_{FE} &= -7qb^2 + \frac{9}{2} qx_5;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 07.06.2022

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

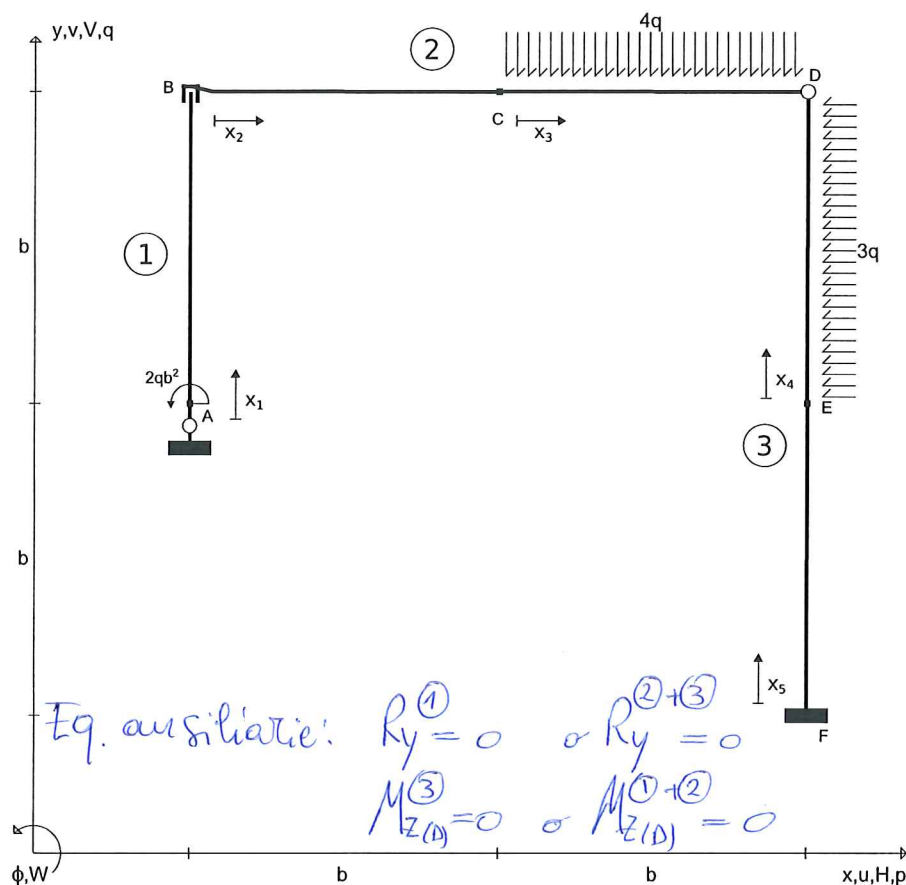
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 07.06.22*002



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

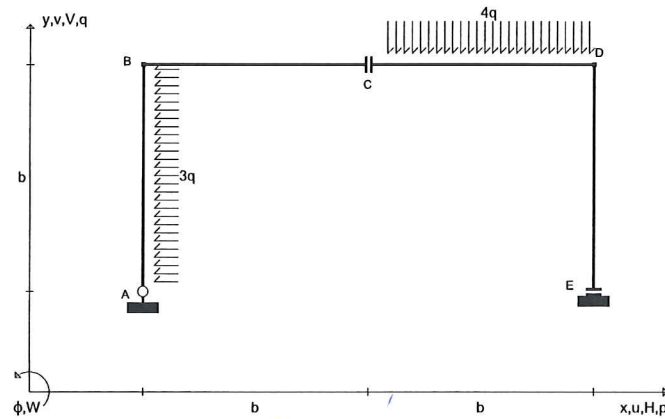
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 1, $v_C^{(1)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto E , u_E .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

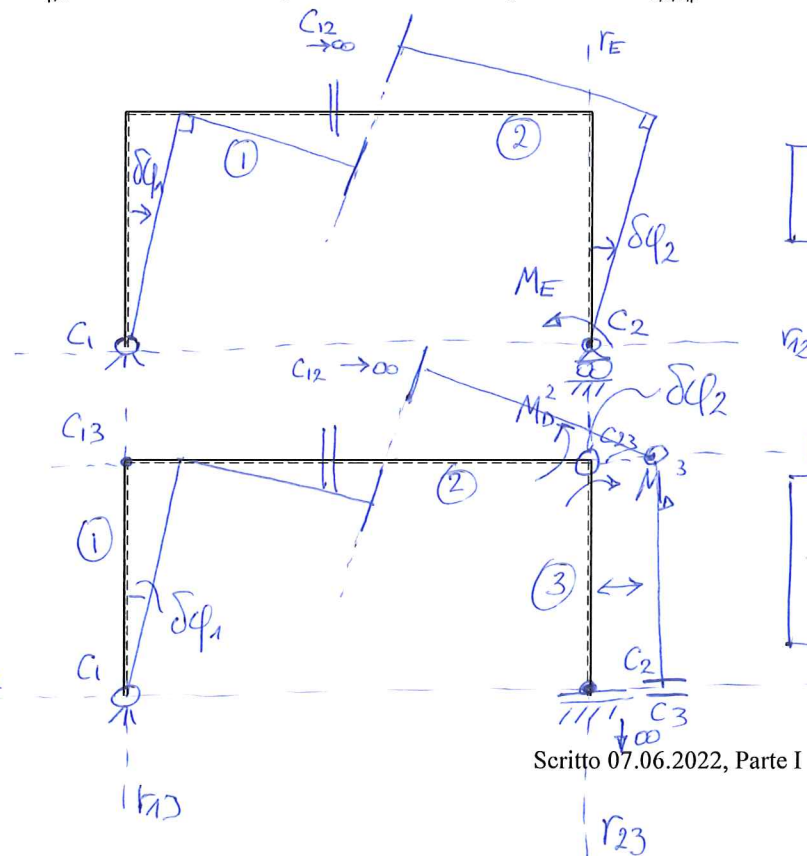
4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 2, $v_C^{(2)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_2 \in r_E \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \Rightarrow C_2 \in r_{23} \\ C_1 \leftrightarrow C_{13} \leftrightarrow C_3 \Rightarrow C_{13} \in r_{13} \\ C_{12} \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_{13} \Rightarrow C_{13} \in r_{13} \cap r_{12} \end{cases}$$



$$\delta \varphi_1 = \delta \varphi_2$$

$$\begin{aligned} \delta \varphi_1 &= \delta \varphi_2 \\ \delta u_3 &= b \delta \varphi_1 \end{aligned}$$

$$M_E(\hat{\varphi}) = -\frac{7}{2} q b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

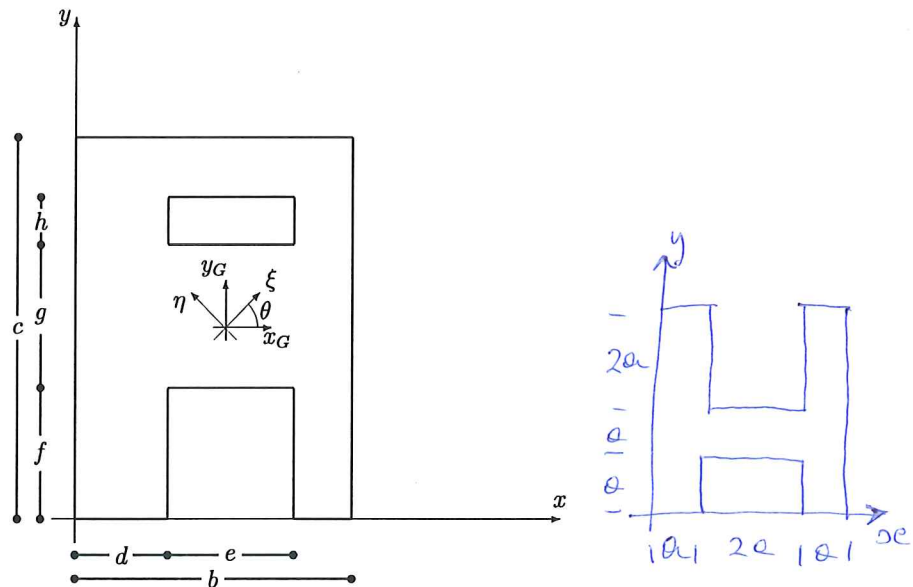
$$v_C^{(1)} = -b \delta \varphi; u_E = 0;$$

$$M_D(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = -\frac{7}{2} q b^2; v_C^{(2)} = +b \delta \varphi; u_B = +b \delta \varphi;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 4a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = a$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



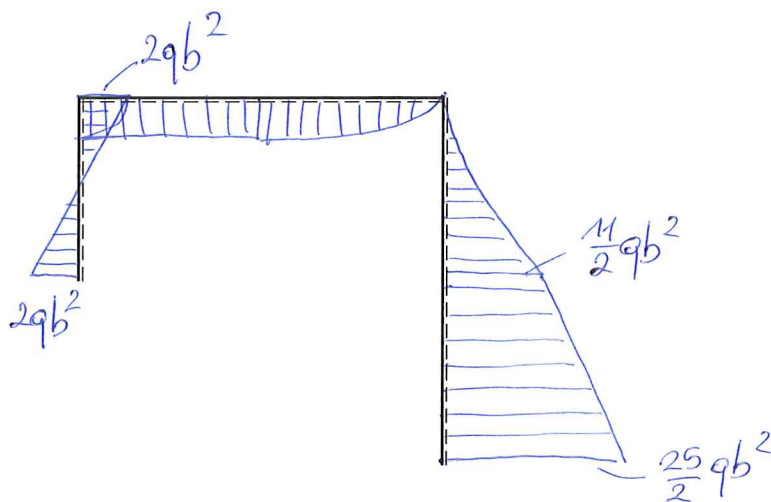
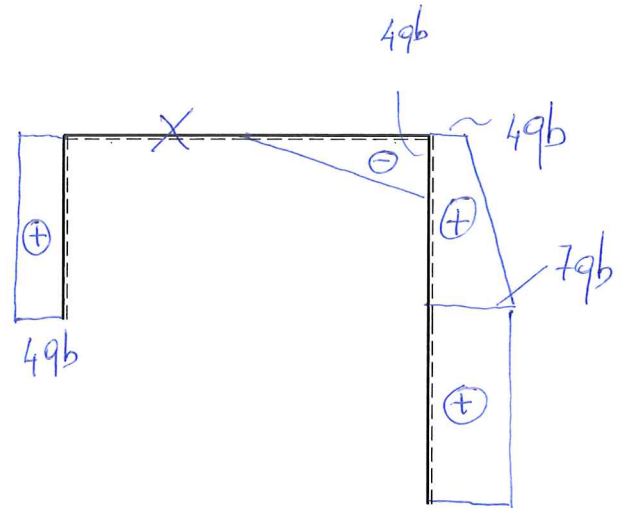
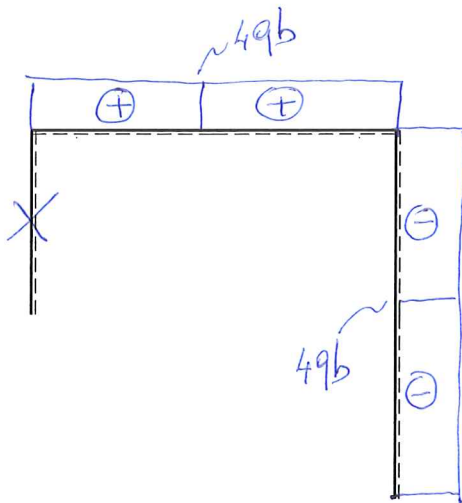
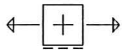
$$S_x = 19a^3; S_y = 20a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = 1.9a = 1.90000a;$$

$$J_{xG} = \frac{337}{30} a^4 = 11.23333a^4; J_{yG} = \frac{58}{3} a^4 = 19.33333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 90^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{58}{3} a^4 = 19.33333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{337}{30} a^4 = 11.23333a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -4qb; & V_A (\uparrow) &= 0; & H_F (\Leftarrow) &= 7qb; & V_F (\uparrow) &= 4qb; & M_F (\curvearrowright) &= -\frac{25}{2}qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 4qb; & M_{AB} &= -2qb^2 + 4qb x_1; \\
 N_{BC} &= 4qb; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 2qb^2; \\
 N_{CD} &= 4qb; & T_{CD} &= -4qx_3; & M_{CD} &= 2qb^2 - 2qx_3^2; \\
 N_{ED} &= -4qb; & T_{ED} &= -7qb + 3qx_4; & M_{ED} &= \frac{11}{2}qb^2 - 7qb x_4 + \frac{3}{2}qx_4^2; \\
 N_{FE} &= -4qb; & T_{FE} &= -7qb; & M_{FE} &= \frac{25}{2}qb^2 - 7qb x_5;
 \end{aligned}$$